



Geitonas School  
International Baccalaureate

**QUALIFYING  
SCHOLARSHIP EXAMINATION**

**Mathematics**

**SAMPLE**

The use of any type of calculator is not allowed.

## Θέμα 1ο

Δίνονται οι αριθμοί  $\alpha = 1 + 2\sqrt{5}$  και  $\beta = 1 - 2\sqrt{5}$ .

- a) Να συγκρίνετε τους αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$ .
- b) Να υπολογίσετε το άθροισμά τους  $\alpha + \beta$ .
- c) Να υπολογίσετε το γινόμενο τους  $\alpha\beta$ .
- d) Να υπολογίσετε τα τετράγωνά τους  $\alpha^2$  και  $\beta^2$ .
- e) Να απλοποιήσετε την παράσταση:  $\sqrt{21+4\sqrt{5}} - \sqrt{21-4\sqrt{5}}$
- f) Να αποδείξετε ότι:  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = -\frac{2}{19}$
- g) Να λύσετε τη εξίσωση :

$$\sqrt{21+4\sqrt{5}} - \sqrt{21-4\sqrt{5}} + \chi^3 - \frac{2}{19} = (\alpha + \beta) + \alpha\beta + 27 + \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)$$

## Θέμα 2ο

Δίνεται η εξίσωση  $3x^2 - (\lambda + 2)x + \lambda - 1 = 0$  (1).

- a) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  ώστε η εξίσωση (1) να έχει 2 πραγματικές και άνισες ρίζες.
- b) Αν  $\chi_1, \chi_2$  είναι οι άνισες ρίζες της (1), να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  ώστε αυτές να είναι θετικές.
- c) Να λύσετε την ανίσωση  $\chi_1^2 \cdot \chi_2 + \chi_1 \cdot \chi_2^2 \leq 2$ , όπου  $\chi_1, \chi_2$  είναι οι άνισες ρίζες της (1).
- d) Για  $\lambda = -5$  να βρείτε την εξίσωση 2<sup>ου</sup> βαθμού που έχει λύσεις τις  $\frac{1}{\chi_1^2}, \frac{1}{\chi_2^2}$ .
- e) Να εξετάσετε αν υπάρχουν τιμές του  $\lambda$ , ώστε να ισχύει ότι:  
 $3x^2 - (\lambda + 2)x + \lambda - 1 \geq 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .